Liite L3.6 Kimmoteorian mukainen kriittinen momentti M_{cr} kiepahduksen suhteen

M_{cr} on kimmoteorian mukainen kriittinen momentti, jonka suuruus riippuu poikkileikkauksen muodosta (kaksoissymmetrisyys ja asymmetrisyys), palkin päiden tuennan reunaehdoista, kuorman sijainnista poikkileikkauksen korkeuden suunnassa ja tukipisteiden välillä olevan momenttipinnan muodosta (ECCS Publication 119 (2006) [19]). Yleinen kimmoteorian mukaisen kriittisen momentin lauseke (L3.6.1) sopii sekä yhden akselin suhteen symmetrisiin että kaksoissymmetrisiin poikkileikkauksiin, mutta kertoimien C_1, C_2 ja C_3 suuruudet riippuvat siitä onko poikkileikkaus kaksoissymmetrinen vai yhden akselin suhteen symmetrinen.

Kaksoissymmetrisessä poikkileikkauksessa kriittisen momentin lauseke yksinkertaistuu ja kerrointa C_3 ei tarvita. Kertoimen C_1 arvot poikkeavat yhden akselin suhteen symmetrisen rakenteen vastaavista arvoista.

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L_{cr}^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{k_z}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{L_{cr}^2}{\pi^2} \frac{G I_T}{E I_z} + \left(C_2 z_g - C_3 z_j\right)^2} - \left(C_2 z_g - C_3 z_j\right) \right\} \qquad \text{(L3.6.1)}$$

$$z_g = z_a - z_0$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$z_j = z_0 - 0{,}5 \int_A \left(y^2 + z^2\right) \frac{z}{I_y} dA$. $z_j = 0$ kaksoissymmetrisessä poikkileikkauksessa. Yhden akselin suhteen symmetrisissä I-poikkileikkauksissa z_j voidaan laskea kertoimen ψ_f avulla (yhtälöt (L3.5.1)).

- L_{cr} = palkin sivusiirtymän estävien tukipisteiden välimatka tai tehollinen jännemitta kiepahduksen kannalta. Jos palkki on tuettu vain päistään, $L_{cr} = k_z L$, missä L = jännemitta ja $k_z \leq 1$. Uloketta tai mastoa tarkasteltaessa k_z = 2.
- k_z ja k_w ovat kriittisen pituuden kertoimia, k_z on poikkileikkauksen taivutustasossa tapahtuvan nurjahduksen kriittisen pituuden kerroin ja k_w liittyy vääntöön ja puristetun laipan päiden reunaehtoihin, kun puristettua laippaa tarkastellaan ekvivalenttina puristettuna sauvana. Teoreettisesti vääntöön liittyvä k_w = 0,5 ... 1,0, mutta nurjahdukseen liittyvä k_z = 0,5 (molemmista päistä jäykästi kiinnitetty sivusiirtymätön sauva) ... 2,0 (masto tai uloke).
- z_0 = vääntökeskiön etäisyys painopisteestä (kaksoissymmetrinen poikkileikkaus, z_0 = 0),
- z_a = etäisyys painopisteestä kuorman vaikutuskohtaan poikkileikkauksen korkeussuunnassa, $z_a > 0$ painopisteen yläpuolella, $z_a < 0$ painopisteen alapuolella,
- I_T = vapaan väännön vääntövakio,
- I_w = estetyn väännön vääntövakio,
- I_z = poikkileikkauksen poikittainen jäyhyysmomentti,
- C_1 = momentin jakaantumiskerroin,
- C_2 = kuormitustapakerroin,
- C_3 = poikkileikkauksen asymmetriakerroin.

Kuorman sijainti poikkileikkauksen korkeussuunnassa (koordinaatti z_a) vaikuttaa M_{cr} suuruuteen siten, että kuorma ylälaipalla aiheuttaa kiepahduksen pienemmällä M_{cr} arvolla kuin alalaipalla oleva kuorma. Usein laskentaa yksinkertaistetaan olettamalla kuorman vaikuttavan painopisteen tai vääntökeskiön korkeudella. Kaksoissymmetrisissä poikkileikkauksissa painopiste ja vääntökeskiö sijaitsevat samassa kohdassa ($z_0 = 0$).

Mitta z_j yhden akselin suhteen symmetrisissä I-poikkileikkauksissa

Kuvan L6.1 merkintöjen mukaisesti h_s = laippojen painopisteiden väli ja laippojen mitat ovat $b_1 \times t_1$ ja $b_2 \times t_2$. $\psi_f = \dfrac{t_1 b_1^3 - t_2 b_2^3}{t_1 b_1^3 + t_2 b_2^3}$, eli kaksoissymmetrisessä poikkileikkauksessa $\psi_f = 0$.

- Kun $\psi_f \geq 0$ $z_j = 0{,}8 \psi_f \dfrac{h_s}{2}$ (ylälaippa jäykempi kuin alalaippa).
- Kun $\psi_f < 0$ $z_j = \psi_f \dfrac{h_s}{2}$ (alalaippa jäykempi kuin ylälaippa).

Kaksoissymmetriset poikkileikkaukset, kuorma painopisteen kohdalla

Kuorman vaikuttaessa kaksoissymmetrisissä poikkileikkauksissa painopisteen korkeudella $C_2 z_g = 0$ ja $C_3 z_j = 0$, jolloin tarvitaan vain kerroin C_1. Sama koskee tapausta, jossa kuormituksena on sauvan päätemomentit. Kun $k_w = k_z = 1$, M_{cr} yksinkertaistuu muotoon:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2}{\pi^2} \frac{G I_T}{E I_z}} \qquad \text{(L3.6.2)}$$

Tehollisen pituuden kerroin k_z

Tehollinen pituus tarkoittaa itse asiassa samaa kuin palkin puristetun laipan nurjahduspituus ja sen mukaan voidaan käyttää $k_z = L_{cr}/L$ = 0,7 ... 1,0, kun oletetaan, että palkin puristettu laippa on sivusiirtymätön palkin tuilla. L_{cr} voidaan silloin arvioida liitteen 4 taulukon (a) - (d) tapauksien mukaisesti.

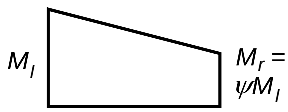
Kertoimet C_1, C_2 ja C_3

Yhtälö (L3.6.1) esittää kimmoteorian mukaisen kriittisen momentin lausekkeen yleisessä muodossa, mutta systeemin ominaisuuksista riippuen lauseke usein yksinkertaistuu, kun osa momentin M_{cr} sisältämistä parametreista on nollia. Kertoimen C_1 lisäksi tarvitaan joko C_2 ja C_3 tai vain C_2:

- Vain z-akselin suhteen symmetriset poikkileikkaukset, C_2 ja $C_3 \neq 0$.
- Vain y-akselin suhteen symmetriset poikkileikkaukset, $z_j = 0$ eli tarvitaan vain C_2.

Kun momenttipinta muuttuu lineaarisesti tukipisteiden välillä ja $k_z = 1$, C_1 voidaan laskea tukipisteissä vaikuttavien momenttien suhteen $\psi = \dfrac{M_l}{M_r}$ funktiona, M_l = vasemmanpuoleisen tukipisteen momentti ja M_r oikeanpuoleisen tukipisteen momentti (kuva L3.6.1):

$$C_1 = 1{,}77 - 1{,}04\psi + 0{,}25\psi^2 \text{, kuitenkin aina } C_1 \le 2{,}6 \qquad \text{(L3.6.3)}$$



Kuva L3.6.1 Lineaarisesti muuttuva momenttipinta tukipisteiden välillä.

Taulukossa L3.6.1 esitetään I-profiileille sopivat kertoimet C_1 ja C_3, kun momenttipinta muuttuu suoraviivaisesti tukipisteiden välillä ja puristetun laipan k_z = 0,5 tai 1,0. Kun $z_0 \neq 0$, voidaan olettaa, että kuorma vaikuttaa vääntökeskiön korkeudella, jolloin $z_g = 0$ ja kerrointa C_2 ei tarvita. Kerroin $\psi_f = 0$, kun profiili on kaksoissymmetrinen ja $\psi_f \neq 0$, kun profiili on asymmetrinen. Taulukkoa ei voi käyttää T-profiilien tapauksessa.

Kun palkilla on ulkoinen kuorma, C_1 on erilainen kuin lineaarisesti muuttuvan momenttipinnan tapauksessa. Jos kuorma vaikuttaa vääntökeskiön ylä- tai alapuolella, tarvitaan kertoimet C_2 ja C_3. Taulukossa L3.6.2 esitetään tavallisimmat tapaukset.

Taulukko L3.6.1 Kertoimet C_1 ja C_3, kun momentti muuttuu suoraviivaisesti tukipisteiden välillä ja $k_z = k_w = 1{,}0$ (ECCS Publication 119, taulukko 63 [19]).

Momenttisuhde ψ	k_z	C_1	C_3 kun $\psi_f = \dfrac{t_1 b_1^3 - t_2 b_2^3}{t_1 b_1^3 + t_2 b_2^3};\ -0{,}9 \le \psi_f \le 0{,}9$	
			$\psi_f \le 0$	$\psi_f > 0$
ψ = +1	1,0	1,00	1,000	
	0,5	1,05	1,019	
ψ = + 3/4	1,0	1,14	1,000	
	0,5	1,19	1,017	
ψ = + 1/2	1,0	1,31	1,000	
	0,5	1,37	1,000	
ψ = + 1/4	1,0	1,52	1,000	
	0,5	1,60	1,000	
ψ = 0	1,0	1,77	1,000	
	0,5	1,86	1,000	
ψ = - 1/4	1,0	2,06	1,000	0,850
	0,5	2,15	1,000	0,650
ψ = - 1/2	1,0	2,35	1,000	1,3 – 1,2 ψ_f
	0,5	2,42	0,950	0,77 - ψ_f
ψ = - 3/4	1,0	2,60	1,000	0,55 - ψ_f
	0,5	2,45	0,850	0,35 - ψ_f
ψ = - 1	1,0	2,60	- ψ_f	- ψ_f
	0,5	2,45	0,125 - 0,7 ψ_f	-0,125 – 0,7 ψ_f
Kun kuormana on sauvan päätemomentit, C_1-kertoimet jaetaan luvulla 1,05, jos $\dfrac{\pi}{k_w L}\sqrt{\dfrac{EI_w}{GI_T}} \le 1{,}0$ ja $C_1 \ge 1$				

Taulukko L3.6.2 Kertoimet C_1, C_2 ja C_3 kun momentti aiheutuu vapaasti tuetun palkin ulkoisesta kuormasta (ECCS Publication 119 (2006) [19], taulukko 64).

Momenttipinta aiheutuu kuormasta	k_z	Kertoimet		
		C_1	C_2	C_3
(a) Tasainen kuorma	1,0	1,12	0,45	0,525
	0,5	0,97	0,36	0,478
(b) Pistekuorma keskellä jännettä	1,0	1,35	0,59	0,411
	0,5	1,05	0,48	0,338
(c) Pistekuormat jänteen neljännespisteissä	1,0	1,04	0,42	0,562
	0,5	0,95	0,31	0,539

Muiden kuin edellisissä taulukoissa esillä olevien tapausten (esimerkiksi tukimomentit + ulkoinen kuorma) käsittelyyn löytyy *C*-kertoimia julkaisusta ECCS Publication 119 (2006) [19].

Tärkeä huomautus: ECCS Publication 119 (2006) [19] sisältämät ja tässä esitetyt taulukot poikkeavat siitä, mitä esimerkiksi SFS-EN 1993-1-1: 2005 [1] eri taulukoissa esitetään kaksoissymmetrisille poikkileikkauksille. Tässä esitettäviä arvoja voidaan pitää varmalla puolella olevina. Eri lähteissä esiintyy toisistaan poikkeavia taulukkoja, joiden yleisyys tai yksikäsitteisyys on syytä tarkistaa verrattaessa tässä esitettyyn aineistoon.

Kaksoissymmetrisiä poikkileikkauksia varten kriittisen momentin kertoimia C_1 ja C_2 esitetään myös Access Steel dokumentissa SN003a-EN-EU [20]. Nekin poikkeavat osittain tässä esitetyistä arvoista ja ovat enemmän varmalla puolella, koska niihin on tehty likimääräistyksiä olettamalla, että parametri $\frac{EI_w}{GI_T L^2} = 0$. Tämä vaikuttaa kertoimen C_1 arvoihin.